



Investigation of The Effect of Cutoff Wall on Controlling Seawater Intrusion and Reducing Nitrate Contamination in Coastal Aquifers using The Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Numerical Model

Zahra Baazm¹, Abolfazl Akbarpour²✉, Mostafa Yaghoobzadeh³, Seyed Saeed Eslamian⁴, Hossein Khozaymehnezhad⁴

1. PhD Candidate, Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand, Iran.
2. Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.
3. Associate Professor, Department of Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand, Iran.
4. Professor, Department of Water Science and Engineering, College of Agriculture, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

✉Corresponding Author: akbarpour@birjand.ac.ir

Submit Date:
15 September 2025

Revise Date:
25 September 2025

Accept Date:
26 September 2025

Keywords:
*Shape function,
Simulation,
Water quality,
Optimal management,
Governing flow equations.*

Extended abstract Introduction

Groundwater is a vital source of freshwater worldwide, particularly in coastal regions, and plays a crucial role in meeting the demands of domestic, agricultural, and industrial uses. However, excessive abstraction, climate change, and rising sea levels have intensified seawater intrusion into coastal aquifers. This phenomenon not only disrupts hydrological and biochemical balance but also threatens water quality and availability. Additionally, nitrate contamination—primarily resulting from the excessive use of chemical fertilizers and wastewater infiltration—poses significant health and environmental risks. In this context, cutoff walls have emerged as an effective engineering approach to mitigate seawater intrusion and control the movement of chemical pollutants in aquifers.

Cite this article: Baazm, Z., Akbarpour, A., Yaghoobzadeh3, M., Eslamian, S.S., & Khozaymehnezhad, H. (2025). Investigation of the effect of cutoff wall on controlling seawater intrusion and reducing nitrate contamination in coastal aquifers using the meshless local petrov–galerkin (mlpg) numerical model. *Journal of Aquifer and Qanat*, 6 (2), 175-198. DOI: 10.22077/jaaq.2025.10092.1126.



Copyright: © 2025 by the authors. Licensee Journal of Aquifer and Qanat. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Materials and Methods

Previous studies have mainly focused on controlling seawater intrusion, with limited attention given to simultaneous nitrate contamination. Yet, the overlap of these two phenomena can severely degrade groundwater quality. Furthermore, most conventional numerical methods rely on mesh-based approaches, while meshless techniques such as the Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) method have rarely been applied to the simultaneous modeling of flow and solute transport. This study addresses this research gap by employing MLPG in MATLAB to assess the effect of cutoff walls with varying heights (0, 15, 30, 45, and 60 meters) on seawater intrusion and nitrate reduction.

Results and Discussion

The results indicate that increasing the height of the cutoff wall significantly reduces seawater wedge advancement and enhances salt removal efficiency. Specifically, seawater intrusion reduction improved from about 53.9% with a 15-meter wall to over 82.26% with a 60-meter wall. Similarly, total salt removal increased from 64.30% to more than 92.91%. Nitrate removal also improved with wall height, but at a much slower rate, ranging from 1.1% at 15 meters to 13.52% at 60 meters. This suggests that while cutoff walls are effective in mitigating nitrate transport, they alone cannot fully resolve the problem and should be integrated with complementary management strategies. Moreover, higher walls extend groundwater residence time, which promotes natural purification processes such as denitrification.

Conclusion

This study demonstrates that cutoff walls are efficient tools for managing coastal aquifers, capable of simultaneously reducing seawater intrusion and partially controlling nitrate pollution. Wall height is a critical factor, with taller structures showing considerably greater effectiveness in improving groundwater quality. Nevertheless, the design of such systems should carefully balance hydrogeological considerations, construction costs, and local conditions. Ultimately, combining cutoff walls with other water management strategies provides a sustainable approach to safeguarding groundwater resources in coastal regions.



بررسی تأثیر دیواره آب‌بند بر کنترل پیشروی آب شور و کاهش آلودگی نیترات در آبخوان‌های ساحلی با استفاده از مدل عددی بدون شبکه پترووگالرکین (MLPG)

زهرا باعزم^۱ | ابوالفضل اکبرپور^۲ | مصطفی یعقوب‌زاده^۳ | سید سعید اسلامیان^۴ | حسین خزیمه‌نژاد^۲

۱. دانشجوی دکتری، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.
۲. استاد، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.
۳. دانشیار، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.
۴. استاد، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

✉ نویسنده مسئول: Akbarpour@birjand.ac.ir

چکیده

آبخوان‌های ساحلی با تهدید فزاینده نفوذ آب شور دریا و آلودگی نیترات مواجه‌اند که این امر موجب کاهش کیفیت منابع آب زیرزمینی و تشدید بحران خشکسالی می‌شود. در این میان، دیواره‌های آب‌بند به‌عنوان یک راهکار مهندسی مؤثر، نقش مهمی در جلوگیری از پیشروی آب دریا و حفاظت از منابع آب زیرزمینی در برابر آلاینده‌ها دارند. از این رو، در مطالعه حاضر اثر دیواره آب‌بند بر کنترل پیشروی آب شور و آلودگی نیترات در آبخوان‌های ساحلی با استفاده از روش شبیه‌سازی بدون شبکه پتروو-گالرکین (MLPG) بررسی شد. بدین منظور، پنج سناریو شامل حالت بدون دیوار و دیواره‌هایی با ارتفاع ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰ متر تحلیل گردید. نتایج نشان داد که با افزایش ارتفاع دیواره از ۱۵ تا ۶۰ متر، نسبت کاهش نفوذ آب شور به‌طور پیوسته و قابل توجهی افزایش یافته و از ۹/۵۳ درصد به بیش از ۲۶/۸۲ درصد می‌رسد. همچنین میزان کل حذف نمک از ۳۰/۶۴ درصد در ارتفاع ۱۵ متر به ۹۱/۹۲ درصد در ارتفاع ۶۰ متر افزایش می‌یابد. میزان حذف نیترات نیز با افزایش ارتفاع دیواره روند افزایشی دارد، اما شدت این افزایش نسبت به نفوذ آب شور و حذف نمک کمتر بوده و از ۱/۱ درصد در ارتفاع ۱۵ متر به ۵۲/۱۳ درصد در ارتفاع ۶۰ متر می‌رسد. نفوذ آب شور در آبخوان‌های ساحلی موجب برهم خوردن تعادل هیدرولوژیکی و بیوشیمیایی و اختلال در فرآیند دنیتریفیکاسیون می‌شود، درحالی‌که دیواره‌های آب‌بند با جلوگیری از پیشروی گوه آب شور، شرایط مناسب‌تری برای تصفیه نیترات فراهم می‌کنند. در مجموع، نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که دیوار آب‌بند می‌تواند به‌عنوان یک رویکرد مهندسی کارا و مناسب در کاهش نفوذ آب شور و آلودگی آبخوان‌های ساحلی مورد استفاده قرار گیرد.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۶/۲۴

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۷/۰۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۷/۰۴

کلیدواژه‌ها:

تبخیر و تعرق واقعی،

سنجش از دور،

لندست ۸،

سبس،

حوضه میاتکوه بزد.

مقدمه

آب‌های زیرزمینی یک منبع مهم آب شیرین در سراسر جهان، به‌ویژه در جوامع ساحلی است. این منبع طبیعی تجدید پذیر و محدود، برای زندگی انسان، توسعه اجتماعی و اقتصادی حیاتی است و علاوه بر این، یک جزء ارزشمند از اکوسیستم است (Werner, 2017).

به دلیل افزایش مداوم سطح دریا ناشی از تغییرات آب و هوایی (Rozell and Wong, 2010) و افت سطح آب زیرزمینی ناشی از بهره‌برداری بیش‌ازحد از آبخوان‌های ساحلی، نفوذ آب‌شور به یک تهدید جدی فزاینده برای کیفیت آب زیرزمینی در مناطق ساحلی تبدیل شده است (Walther et al., 2017).

توسعه روش‌های کارآمد برای کنترل نفوذ شوری و همچنین تأمین آب موردنیاز برای فعالیت‌های انسانی بسیار حیاتی است (Abarca et al., 2013; Lu et al., 2015). از رویکردهای مهندسی موجود برای کنترل نفوذ شوری شامل موانع فیزیکی، تغذیه مصنوعی از طریق تزریق یا نفوذ، برداشت آب‌شور و غیره می‌باشد (Lu et al., 2011; Luyun et al., 2017). میزان آلاینده‌ها و افت سطح آب ناشی از برداشت بیش‌ازحد مجاز آبخوان‌های ساحلی حساسیت و نگرانی مسئولین را دوچندان کرده است. جهت برقراری توسعه پایدار در آبخوان‌های ساحلی باید به جمع‌آوری و تحلیل داده‌های کمی و کیفی (مطالعات پایش) پرداخت. نیتрат یکی از آلاینده‌های مهم در آبخوان‌های ساحلی است که عمدتاً ناشی از استفاده بی‌رویه از کودهای شیمیایی در کشاورزی و نفوذ فاضلاب‌ها به منابع آب زیرزمینی است. آلودگی نیترات می‌تواند به مشکلات بهداشتی جدی برای انسان‌ها و اکوسیستم‌های آبی منجر شود. استفاده از دیواره‌های آب‌بند^۱ یک استراتژی مهندسی مؤثر برای مدیریت و کاهش آلودگی

نیترات در آبخوان‌های ساحلی است. دیواره‌های آب‌بند به‌عنوان یک سد نفوذناپذیر یا با نفوذپذیری بسیار کم عمل می‌کنند که مانع فیزیکی در مسیر جریان آب زیرزمینی حاوی نیترات (مثلاً از منابع کشاورزی یا مناطق شهری) ایجاد می‌کنند. این امر از رسیدن نیترات به مناطق حساس آبخوان یا به سمت آب‌های ساحلی جلوگیری می‌کند. در مواردی که دیواره کاملاً نفوذناپذیر نیست یا به‌طور کامل آبخوان را قطع نمی‌کند، جریان آب زیرزمینی مجبور می‌شود از کنار یا زیر دیواره عبور کند. این افزایش طول مسیر، زمان ماندگاری آب در آبخوان را افزایش می‌دهد و فرصت بیشتری برای فرآیندهای طبیعی تصفیه، به‌ویژه دنیتریفیکاسیون^۲، فراهم می‌کند.

دیواره آب‌بند روشی پایدار و مؤثر برای کنترل نفوذ آب‌شور و مشکل آب‌شور باقی‌مانده است. نقطه‌ضعف آن این است که دیواره باید در عمق ساخته شود که این امر می‌تواند به‌شدت بر تخلیه آب زیرزمینی تأثیر گذاشته و درنهایت منجر به آلودگی نیترات در آبخوان سمت خشکی شود. برای دستیابی به تعادل بهتر بین کنترل شوری و آلودگی نیترات، ارتفاع بهینه دیوار از اهمیت بالایی برخوردار است تا بتواند از تجمع نیترات‌ها در آبخوان سمت خشکی جلوگیری نماید؛ بنابراین، موانع هیدرولیکی به‌طور گسترده برای جلوگیری از نفوذ آب‌شور استفاده نشده‌اند (Sun et al., 2019). موانع فیزیکی، مانند سدهای زیرسطحی یا دیواره‌های آب‌بند، پرهزینه هستند. باین‌حال، این روش‌ها می‌توانند از نفوذ آب‌شور به‌طور دائمی جلوگیری کنند و در مقایسه با موانع هیدرولیکی، اثربخشی بالاتری دارند (Yuan et al., 2009; Luiz et al., 2018).

در مطالعه‌ای انواع طراحی و تکنیک‌های ساخت سدهای زیرسطحی را شرح داده و سدها را به‌عنوان وسیله‌ای برای توسعه پایدار با شبیه‌سازی عددی MODFLOW پیشنهاد

² Denitrification¹ Cut-off Walls

در مطالعه‌ای از SUTRA برای شبیه‌سازی عددی نفوذ آب دریا و اصلاح مجدد آن در آبخوان فلوریدای بالایی کارولینای جنوبی استفاده کردند و نتیجه گرفتند که نصب چاه‌های تزریق تا حدودی از نفوذ آب دریا جلوگیری می‌کند (Provost and Voss, 2019).

در مطالعه‌ی دیگری با موفقیت عوامل طبیعی و انسانی مختلف مانند بهره‌برداری از آب‌های زیرزمینی، نوسانات جزر و مدی و تغذیه آب‌های زیرزمینی تازه را در آزمایشگاه شبیه‌سازی کردند تا تأثیر آن‌ها را بر نفوذ آب شور بررسی کنند (Guo et al., 2019). یک مدل نفوذ آب دریا با چگالی متغیر دوبعدی با استفاده از SEAWAT و FloPy برای مطالعه امکان‌سنجی و استراتژی مدیریت بهینه یک طرح مانع هیدرولیکی مختلط ایجاد کردند که سپس با یک مانع هیدرولیکی پمپاژ واحد مقایسه کردند (Ebeling et al., 2019). در مطالعه‌ای به بررسی نفوذ آب شور در سفره‌های آب شیرین با استفاده از تکنیک‌های ژئوفیزیکی و ژئوشیمیایی در دلتای نیجریه پرداختند. نتایج آن‌ها سطوح بالای رسانایی الکتریکی، شوری و کل جامدات محلول را نشان داده بود که از استانداردهای WHO فراتر رفته است. همچنین آن‌ها آسیب‌پذیری منطقه مورد مطالعه را در کلاس‌های با آسیب‌پذیری کم و متوسط دسته‌بندی نمودند (Omajene et al., 2024). همچنین در مطالعه‌ای به بررسی شبیه‌سازی نفوذ آب دریا در آبخوان ساحلی به روش عددی در مسئله استاندارد هنری پرداختند. آن‌ها از معادلات نفوذ که شامل معادلات جریان و انتقال از روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین MLPG استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داده است که روش بدون شبکه پتروو-گالرکین محلی به نتایج مدل اجزاء محدود FEFLOW نزدیک است که این نشان از دقت قابل قبول این مدل می‌باشد (Karim zadeh et al., 2024).

در بسیاری از مطالعات صورت گرفته به دلیل پیچیدگی ویژگی‌های کمی و کیفی آبخوان ساحلی جهت بررسی و

کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که سدهای زیرسطحی می‌توانند ظرفیت ذخیره‌سازی مؤثر سفره‌های آب را افزایش داده و به‌طور مؤثر از نفوذ آب دریا جلوگیری کنند و امکان استفاده پایدار از منابع آب را فراهم کنند (Onder and Yilmaz, 2005).

در مطالعه‌ی دیگری یک سد زیرسطحی را با استفاده از سد ضد رطوبت و حالت‌های تنظیم مهندسی برای پیشگیری و کنترل نفوذ آب دریا در منطقه خلیج لایزو شبیه‌سازی کردند که نتایج نشان داد سدهای قرارگرفته در بالادست و پایین‌دست در منطقه نفوذ آب دریا تأثیر قابل توجهی دارند همچنین عمق و طول سد پایین‌دست مستقیماً بر نتیجه تأثیر می‌گذارد (Yuan et al., 2009). همچنین پژوهشگران تأثیر ارتفاع و مکان‌های مختلف سد را بر طول پنجه گوه آب‌شور شبیه‌سازی کردند. آن‌ها از تخلیه آب زیرزمینی شیرین برای ارزیابی عملکرد زیست‌محیطی سد زیرسطحی و برای شبیه‌سازی توسعه نفوذ آب‌شور و تخلیه آب شیرین تحت ارتفاع، مکان و گرادیان‌های هیدرولیکی مختلف سد به‌منظور بهینه‌سازی ارتفاع و مکان سد تحت سناریوهای مختلف استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داده است که ارتفاع و مکان سد تأثیر چشمگیری در جلوگیری آب‌شور دارد (Kaleris and Ziogas, 2012).

پژوهشگران یک سیستم مانع فیزیکی ترکیبی را پیشنهاد کردند که یک دیوار آب‌بند نفوذناپذیر را با یک سد زیرزمینی نیمه‌تراوا به‌عنوان نوع جدیدی از سیستم مانع برای کنترل نفوذ آب دریا ترکیب کردند. این سیستم از آب شیرین برای هدایت آب‌شور به سمت بالا و خط ساحلی استفاده می‌کند و به‌طور قابل توجهی دامنه نفوذ آب‌شور در سفره‌های آب ساحلی را کاهش می‌دهد. نتایج نشان داده است که موانع هیدرولیکی می‌توانند در جلوگیری از نفوذ آب‌شور در دوره‌های زمانی کوتاه نتایج خوبی داشته باشند (Abdoulhalik et al., 2017). همچنین

مدل مورد مطالعه

مدل توسعه یافته‌ی شبیه‌سازی-بهینه‌سازی در این مطالعه برای یکی از پرکاربردترین مسائل معیار نفوذ آب‌شور (مسئله هنری) مورد بحث قرار می‌گیرد. این مطالعه موردی یک آبخوان محصور، تحت سه شرایط مرزی: نرخ تغذیه ثابت آب شیرین در مرز چپ، فشار هیدرواستاتیک آب دریا در مرز راست و مرزهای نفوذناپذیر در امتداد مرزهای بالا و پایین آبخوان است (Voss and Provost, 2010). آبخوان مورد مطالعه برای مسئله هنری در شکل (۱) نشان داده شده است. در این مدل آبخوان همگن و همسان که آب شیرین با $C=0$ از یک مرز و آب شور دریا با $C>0$ از مرز دیگر وارد می‌شود و تداخل آب‌شور و شیرین در داخل مقطع اتفاق می‌افتد. مرزهای بالا و پایین آبخوان نفوذناپذیر می‌باشند (Hans and Diersch, 2014). خلاصه‌ای از پارامترهای مدل در جدول ۱ طبق گفته هیوز و سنفورد (۲۰۰۴) ارائه شده است (Hughes and Sanford, 2004). دامنه، به طول ۲۰۰ متر و ارتفاع ۱۰۰ متر، ۱۳۲۶ گره تشکیل شده است.

برای حل معادلات جریان و انتقال در پدیده نفوذ آب‌شور باید شرایط مرزی و اولیه مناسب در مسائل معلوم باشد. در مسئله زیر شرایط مرزی در جدول (۲) نشان داده شده است. در مدل مطالعه حاضر مرز راست، مرز آب دریا است که با Γ_s نشان داده می‌شود. مرز چپ، مرز آب شیرین است که با Γ_f نشان داده می‌شود. مرز چپ (Γ_f) ورود آب شیرین با سطح هیدرولیکی ثابت ۱۰۰ متر و غلظت صفر نمک، مرز راست (Γ_s) فشار هیدرواستاتیک دریا با سطح هیدرولیکی ۱۰۰ متر و غلظت ۳۶۰۰۰ mg/L، و مرزهای بالا و پایین به صورت نفوذناپذیر در نظر گرفته شدند. همچنین در مرز بالایی نرخ نفوذ ثابت با غلظت ۱۰۰ mg/L برای نیترا ت اعمال شد.

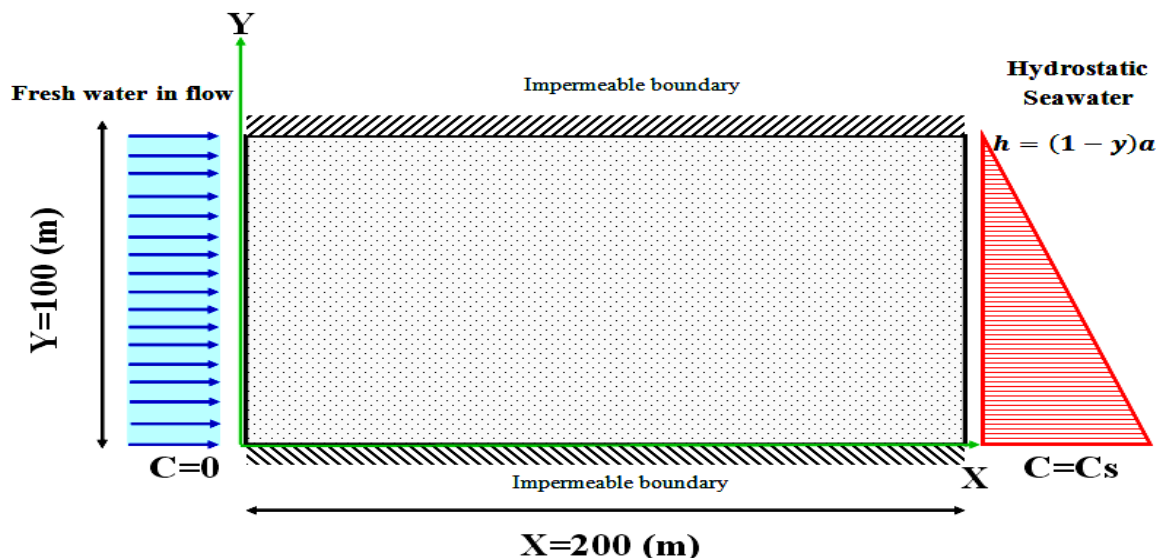
تحلیل از مدل‌های شبیه‌ساز جریان آب زیرزمینی استفاده شده است. مدل شبیه‌سازی عددی دارای قابلیت اجرای ساده، آسان، با دقت و کارایی بالا در محیط برنامه‌نویسی نرم‌افزار MATLAB برای شبیه‌سازی آبخوان‌های ساحلی در این مطالعه تهیه و مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مطالعه، روش عددی بدو شبکه محلی پتروو-گالرکین^۱ برای تحلیل مسئله نفوذ آب دریا پیشنهاد می‌شود. روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG) قبلاً برای مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی و انتقال املاح استفاده شده است. بیشتر پژوهش‌های انجام شده در زمینه آبخوان‌های ساحلی، تنها بر پدیده نفوذ آب‌شور متمرکز بوده‌اند و کمتر به آلودگی نیترا ت به عنوان یکی از مهم‌ترین چالش‌های کیفی آب زیرزمینی پرداخته‌اند. بررسی هم‌زمان این دو عامل به دلیل پیچیدگی فرآیندهای هیدرودینامیکی و واکنش‌های بیوشیمیایی، در مطالعات پیشین به طور محدود مورد توجه قرار گرفته است. از سوی دیگر، اغلب مدل‌های عددی مورد استفاده در این زمینه مبتنی بر روش‌های شبکه‌محور بوده‌اند و به کارگیری روش‌های نوین بدون شبکه پتروو-گالرکین (MLPG) برای شبیه‌سازی هم‌زمان شوری و نیترا ت در آبخوان‌های ساحلی انجام نشده است. این خلأ پژوهشی اهمیت انجام مطالعه حاضر را برجسته می‌سازد.

بیان مسئله

رویکرد اصلی این مطالعه استفاده از مدل شبیه‌سازی روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG) در محیط برنامه‌نویسی MATLAB است. در این مطالعه با به کارگیری دیواره آببند باهدف کاهش نرخ گوه آب‌شور (SWR)، کاهش در نرخ کل جرم نمک (TSMR) و کاهش کل جرم نیترا ت در آبخوان سمت خشکی (TNMR) به کار برده شده است.

¹ Meshless Methods Petro-Galerkin (MLPG)

دیواره آب‌بند به فاصله ۲۰ متری از Γ_s قرار دارد. منطقه نفوذ نیترات در فاصله ۱۲ متری از Γ_f قرار دارد. طول منطقه آلوده شده به نیترات ۱۰۸ متر است (شکل ۲).



شکل ۱. شمای کلی نمونه مورد مطالعه مسئله هنری.

Fig 1. Schematic View of The Henry Problem Case Study.

جدول ۱. پارامترهای مورد استفاده در مسئله هنری.

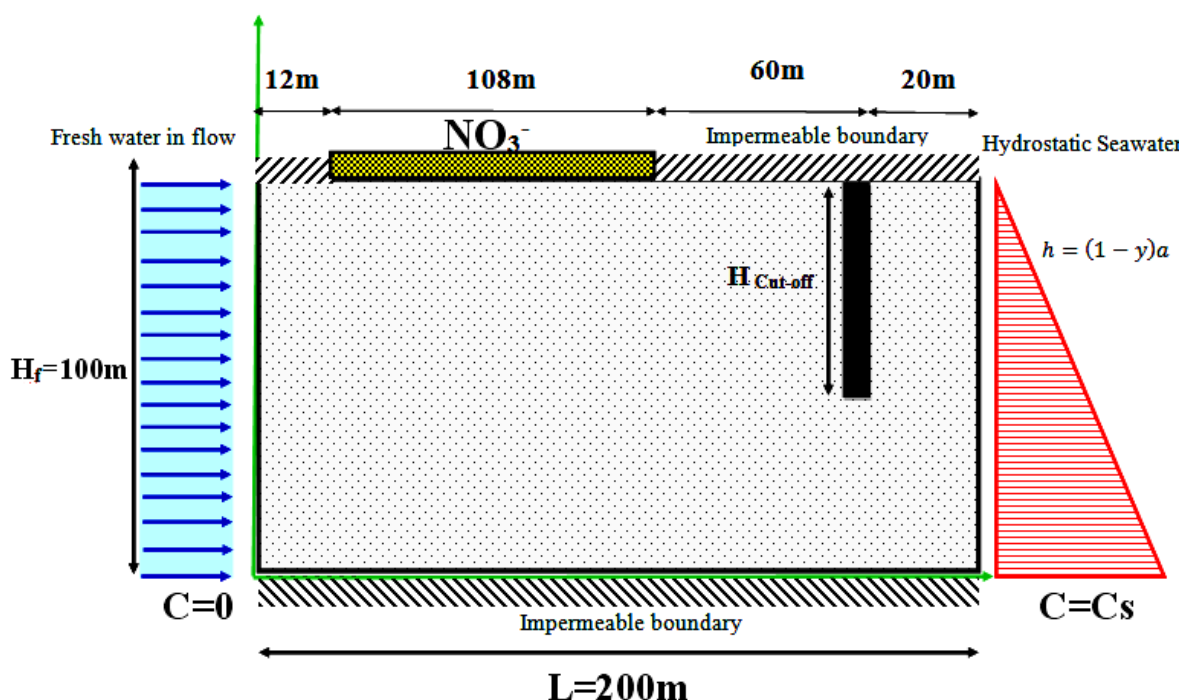
Table 1. Parameters Used in The Henry Problem.

مقدار Value	واحد Unit	نماد متغیر Variable Symbol	عنوان متغیر Variable Name
18.571×10^{-4}	m^2/s	Dm	ضریب نفوذ مولکولی آب Molecular diffusion coefficient of water
6.6×10^{-3}	m^3/s	Qin	دبی آب شیرین Freshwater inflow rate
1.02041×10^{-9}	m^2	K	ضریب نفوذپذیری Permeability coefficient
700	$kg^2/kg_* \cdot m^3$	$\partial p / \partial C$	تغییر چگالی سیال با غلظت Fluid density change with concentration
0.35	بدون بعد Dimensionless	ε	تخلخل Porosity
9.8	m/s^2	g	شتاب گرانشی Gravitational acceleration
0.0357	kg/kg_*	C_s	ضریب جرمی املاح آب دریا Mass fraction of salts in seawater
1024.99	kg/m^3	ρ_s	چگالی آب دریا Seawater density
1000	kg/m^3	ρ_F	چگالی آب شیرین Freshwater density
0.001	$kg/m.s$	μ	ویسکوزیته سیال Fluid viscosity
0	m	α_T, α_L	پراکندگی عرضی و طولی Longitudinal and transverse dispersivity
		kg_* = جرم جامدات محلول mass of dissolved solids	kg = جرم آب دریا mass of seawater

جدول ۲. شرایط مرزی و اولیه مسئله هنری

Table 2. Boundary and initial conditions of the Henry problem

موقعیت	مختصات	هد	غلظت
Location	Coordinate	Hydraulic Head	Concentration
مرز چپ Left boundary	$(0, y)$	$\frac{\partial h}{\partial x}(0, y) = -5.7024$	$C(0, y) = 0$
مرز راست Right boundary	$(200, y)$	$h(2, y) = (1 - y)0.025$	$C(2, y) = 0.35 \leq y \leq 0.5$
مرز بالا Top boundary	$(x, 100)$	بدون جریان No flow	$\frac{\partial x}{\partial y}(x, 1) = 0$
مرز پایین Bottom boundary	$(x, 0)$	بدون جریان No flow	$\frac{\partial x}{\partial y}(x, 0) = 0$



شکل ۲. شمای کلی نمونه مورد مطالعه حاضر.

Fig 2. General Schematic of The Present Case Study.

آببند استفاده شد. ارتفاع دیوارهای نفوذناپذیر ۰، ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰ متر در نظر گرفته شد (جدول ۳).

روش بدون شبکه

روش بدون شبکه یا روش‌های بدون المان، دسته‌ای از روش‌های عددی هستند که برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده می‌شوند. برخلاف روش‌های سنتی مانند روش اجزا محدود یا روش تفاضل محدود که نیاز به ایجاد یک شبکه از المان‌ها یا نقاط گسسته در دامنه مسئله دارند، روش‌های بدون شبکه این نیاز را برطرف می‌کنند.

برای شبیه‌سازی فرآیند نفوذ آب دریا با انتقال نمک و آلودگی نیترات (NO_3^-) در مدل در نظر گرفته شد. هدایت هیدرولیکی آبخوان برابر با ۳۰ متر بر روز و تخلخل برابر با ۰/۳۵ تنظیم شد. در سطح آب دریا ۱۰۰ متر و غلظت نمک ۳۶۰۰۰ میلی‌گرم بر لیتر اعمال شد. در سطح آب ۱۰۰ متر و در مرز بالایی، نرخ نفوذ ثابت ۱ میلی‌متر بر روز با غلظت ثابت نیترات ۱۰۰ میلی‌گرم بر لیتر اختصاص داده شد. مرز پایینی نفوذناپذیر است. در این مطالعه از ۵ سناریو مختلف برای تأثیر ارتفاع دیوار

جدول ۳. پارامترها، نمادها و مقادیر مورد استفاده در مدل عددی آبخوان ساحلی.

Table 3. Parameters, Symbols, And Values Used in The Numerical Model of The Coastal Aquifer.

مقدار Value	واحد Unit	نماد متغیر Variable Symbol	عنوان متغیر Variable Name
0.001	$kg / m \cdot s$	μ	ویسکوزیته سیال Fluid viscosity
700	$kg^2 / kg \cdot m^3$	$\partial p / \partial C$	تغییر چگالی سیال با غلظت Fluid density change with concentration
$6 \cdot 10^{-4}$	m / s	K	ضریب نفوذپذیری Permeability coefficient
$6.6 \cdot 10^{-3}$	m^3 / s	Q_{in}	دبی آب شیرین Freshwater flow rate
$18.8571 \cdot 10^{-4}$	m^2 / s	D_m	ضریب نفوذ مولکولی آب Molecular diffusion coefficient of water
200	m	L	طول آبخوان Aquifer length
0.35	-	ϕ	تخلخل Porosity
100	m	hs	ارتفاع هیدرولیکی آب دریا Seawater hydraulic head
0, 15, 30, 45, 60	m	H	ارتفاع دیوار آب‌بند Cutoff wall height
1	m	p	نرخ نفوذ Infiltration rate
30	m/d	K_0	هدایت هیدرولیکی آبخوان Aquifer hydraulic conductivity
10	m	βL	پراکندگی طولی Longitudinal dispersion
1	m	βT	پراکندگی عرضی Transverse dispersion
1000	Kg / m^3	ρ_f	چگالی آب شیرین Freshwater density
1025	Kg / m^3	ρ_s	چگالی آب دریا Seawater density
0.025	-	α_k	نسبت چگالی بین آب شیرین و آب دریا Density ratio between freshwater and seawater
100	mg/L	C_{1s}	غلظت نیترات برای نفوذ Nitrate concentration for infiltration
36000	mg/L	C_{4s}	شوری آب دریا Seawater salinity
9.8	m / s^2	g	شتاب گرانشی Gravitational acceleration
$8.065 \cdot 10^{-6}$	m	$(kmNO_3^-)$	غلظت محدودکننده نیترات Limiting nitrate concentration (NO_3^-)

می‌توان در حل بعضی معادلات دیفرانسیل جمله انتگرال مرزی بر روی مرز نیومن و یا مشتق‌های آن که در شکل قوی مورد استفاده قرار گرفته‌اند را حذف کرد. با کاهش

روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG) روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین با شکل ضعیف معادلات استوار است. در استفاده از فرم ضعیف

$$\begin{aligned} & k_{Lxx} \cdot \int_{\Omega} W_i \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} d\Omega \\ & + k_{Lyy} \cdot \int_{\Omega} W_i \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} d\Omega \\ & = -k_{Lyy} \cdot \varepsilon \int_A \frac{\partial C}{\partial y} dA \end{aligned} \quad (3)$$

با انجام انتگرال گیری جز به جز برای معادله (۳)، معادله (۴) حاصل گردید:

$$\begin{aligned} & k_{Lxx} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial x} dS \\ & - k_{Lxx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} dA \\ & + k_{Lyy} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial y} dS \\ & - k_{Lyy} \cdot \int_{\Omega} \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} dA \\ & = -k_{Lyy} \cdot \varepsilon \int_A W_i \frac{\partial C}{\partial y} dA \end{aligned} \quad (4)$$

$$h = \sum h_i \varphi_i \quad (5)$$

$$C = \sum C_i \varphi_i \quad (6)$$

با جایگذاری روابط (۵) و (۶) در معادله (۴) و اعمال مشتق گیری بر روی توابع شکل، فرم گسسته معادله سطح آب زیرزمینی به دست می آید

$$\begin{aligned} & -k_{Lxx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} h dA \\ & - k_{Lyy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} h dA \\ & = -k_{Lyy} \cdot \varepsilon \int_A W_i \frac{\partial \varphi}{\partial y} C dA \\ & + k_{Lxx} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial x} n_x dS \\ & + k_{Lyy} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial y} n_y dS \end{aligned} \quad (7)$$

$$K_1 \cdot u_1 = F_1 \quad (8)$$

$$K_1 = k_{Lxx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} dA + k_{Lyy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} dA \quad (9)$$

$$u_1 = h \quad (10)$$

مرتبه توابع میدانی u و استفاده از فرم ضعیف حل معادلات دیفرانسیل تقارن معادلات جبری حاصل می گردد (Hans and Diersch, 2014).

معادلات حاکم بر جریان

معادلات حاکم بر جریان آب زیرزمینی، مجموعه ای از معادلات ریاضی هستند که حرکت آب در محیط های متخلخل زیرزمینی را توصیف می کنند. معادلات حاکم بر جریان های وابسته به چگالی تحت شرایط دمایی ثابت، از دو معادله دیفرانسیل جفت شده جریان و انتقال شعری تشکیل شده است؛ بنابراین در یک سیستم آبخوان اشباع معادله جریان بر حسب بار هیدرولیکی آب شیرین معادل را می توان به صورت ذیل بیان نمود (Diersch, 1988; Bear, 1999).

$$q_i = -\frac{k_{ij}}{\mu} \left[\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho \cdot g \cdot e_j \right] \quad (1)$$

در معادله فوق، k_{ij} نفوذپذیری ذاتی در محیط متخلخل (L^2) ، μ ویسکوزیته دینامیکی سیال $(ML^{-1}T^{-1})$ ، p فشار سیال $(ML^{-1}T^{-1})$ ، ρ چگالی سیال (ML^{-3}) ، e_j مؤلفه بردار واحد جاذبه (LT^{-2}) و g شتاب جاذبه (LT^{-2}) می باشد.

حل معادلات زیرزمینی آبخوان ساحلی با استفاده از

روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین

معادلات نفوذ آب شور شامل معادله جریان و معادله انتقال محلول می باشند که در ادامه به روش بدون شبکه پتروو-گالرکین گسسته سازی می شوند (Rastogi et al., 2004).

$$k_{Lxx} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_{Lyy} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = k_{Lyy} \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \quad (2)$$

$$\int_A W_i \cdot V_y dA = - \int_A W_i \cdot \frac{A}{\theta} \cdot A \cdot V_y \cdot \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cdot h + \varepsilon \cdot C \right) dA \quad (19)$$

$$- \frac{A}{\theta} \cdot A \int_A W_i \cdot \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cdot h + \varepsilon \cdot C \right) \cdot V_y dA = \int_A W_i \cdot \frac{k_{Lyy}}{A} dA \quad (20)$$

با حل دو دستگاه معادله زیر برای متغیر سرعت در دو جهت محور مختصات مقادیر پراکندگی نیز طبق روابط بالا به دست می‌آیند.

$$K_2 \cdot u_2 = F_2 \quad (21)$$

$$K_2 = - \frac{A}{\theta} \cdot A \int_A W_i \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \cdot h dA \quad (22)$$

$$u_2 = V_x \quad (23)$$

$$F_2 = \int_A W_i \cdot \frac{k_{Lxx}}{A} dA \quad (24)$$

$$K_3 \cdot u_3 = F_3 \quad (25)$$

$$K_3 = - \frac{A}{\theta} \cdot A \int_A W_i \cdot \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cdot h + \varepsilon \cdot C \right) dA \quad (26)$$

$$u_3 = V_y \quad (27)$$

$$F_3 = \int_A W_i \cdot \frac{k_{Lyy}}{A} dA \quad (28)$$

گسسته‌سازی معادله انتقال و پخش

آب‌های زیرزمینی شیرین از طریق فرآیندهای پراکندگی و انتشار مولکولی در یک ناحیه انتقالی پراکندگی با آب‌شور مخلوط می‌شوند. پراکندگی طولی و عرضی نقش مهمی در کنترل عرض ناحیه اختلاط بین آب‌های زیرزمینی شیرین و آب دریا دارند (Badaruddin and Mehdizadeh, 2021). معادله انتقال پخش- از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی است و از ترکیب معادله پیوستگی و قانون اول فیک

$$F_1 = k_{Lyy} \cdot \varepsilon \int_A W_i \frac{\partial \varphi}{\partial y} C dA + k_{Lxx} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial x} n_x dS + k_{Lyy} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial y} n_y dS \quad (11)$$

ماتریس سختی K_1 طبق توابع شکل و وزن و بردار نیروی گرهی F_1 با معلوم بودن شرط اولیه غلظت در دامنه و همچنین شرط مرزی نیومن در جهت x و y تعیین می‌گردند.

معادله سرعت خطی میانگین

معادله سرعت خطی میانگین آب زیرزمینی که به‌عنوان «سرعت دارسی» هم شناخته می‌شود، به‌صورت زیر است:

$$V_x + \frac{A}{\theta} k_{Lxx} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0 \quad (12)$$

$$V_y + \frac{A}{\theta} k_{Lyy} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \varepsilon \cdot C \right) = 0 \quad (13)$$

در معادله فوق، V سرعت دارسی یا سرعت خطی میانگین برحسب طول بر زمان، k_L هدایت هیدرولیکی محیط متخلخل برحسب طول بر زمان، $\frac{\partial h}{\partial x}$ و $\frac{\partial h}{\partial y}$ گرادیان هیدرولیکی است (Akbarpour et al., 2024).

$$\int_A W_i \cdot V_x dA = - \int_A W_i \cdot \frac{A}{\theta} k_{Lxx} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) dA \quad (14)$$

$$\int_A W_i \cdot V_y dA = - \int_A W_i \cdot \frac{A}{\theta} k_{Lyy} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \varepsilon \cdot C \right) dA \quad (15)$$

$$k_{Lii} = A \cdot V_i \quad (16)$$

$$\int_A W_i \cdot V_x dA = - \int_A W_i \cdot \frac{A}{\theta} k_{Lxx} \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dA \quad (17)$$

$$- \frac{A}{\theta} \cdot A \int_A W_i \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \cdot h \cdot V_x dA = \int_A W_i \cdot \frac{k_{Lxx}}{A} dA \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
& D_{xx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA + D_{yy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \\
& + D_{xy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \\
& + D_{yx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} dA \\
& - d_L \cdot V_x \int_A W_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA \\
& - d_L \cdot V_y \int_A W_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \quad (32) \\
& = D_{xx} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot n_x dS \\
& + D_{yy} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot n_y dS \\
& + D_{yx} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot n_x dS \\
& + D_{xy} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot n_y dS
\end{aligned}$$

با حل دستگاه معادله مقادیر K_4 ، u_4 و F_4 بدست می‌آید:

$$K_4 \cdot u_4 = F_4 \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
K_4 \\
& = D_{xx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA \\
& + D_{yy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \\
& + D_{xy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \quad (34) \\
& + D_{yx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} dA \\
& - d_L \cdot V_x \int_A W_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA \\
& - d_L \cdot V_y \int_A W_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \\
u_4 & = C \quad (35)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_4 \\
& = D_{xx} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot n_x dS \\
& + D_{yy} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot n_y dS \quad (36) \\
& + D_{yx} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot n_x dS \\
& + D_{xy} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot n_y dS
\end{aligned}$$

ماتریس سختی معادله انتقال با معلوم بودن پارامترهای پراکندگی، سرعت و توابع شکل و وزن قابل تعیین بوده و

به دست می‌آید. این معادله کاربردهای فراوانی در شبیه‌سازی پدیده‌های هیدرولیکی مانند نفوذ آب دارد.

$$\begin{aligned}
& D_{xx} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{yy} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_{xy} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} \\
& + D_{yx} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial x} \quad (29) \\
& - \left(V_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \cdot d_L \\
& = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& D_{xx} \cdot \int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} d\Omega + D_{yy} \cdot \int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} d\Omega \quad (30) \\
& + D_{xy} \cdot \int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} d\Omega \\
& + D_{yx} \cdot \int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial x} d\Omega \\
& - d_L \cdot V_x \int_{\Omega} W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} d\Omega \\
& - d_L \cdot V_y \int_{\Omega} W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} d\Omega \\
& = 0
\end{aligned}$$

با استفاده از انتگرال گیری جز به جز معادله (۳۱) حاصل گردید.

$$\begin{aligned}
& D_{xx} \cdot \int_S W_i \frac{\partial C}{\partial x} dS + D_{xx} \cdot \int_A \frac{\partial W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} dA \\
& + D_{yy} \cdot \int_S W_i \frac{\partial C}{\partial y} dS \\
& + D_{yy} \cdot \int_A \frac{\partial W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial C}{\partial y} dA \\
& + D_{xy} \cdot \int_S W_i \frac{\partial C}{\partial y} dS \\
& + D_{xy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial C}{\partial y} dA \quad (31) \\
& + D_{yx} \cdot \int_S W_i \frac{\partial C}{\partial x} dS \\
& + D_{yx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} dA \\
& - d_L \cdot V_x \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} dA \\
& - d_L \cdot V_y \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} dA \\
& = 0
\end{aligned}$$

با جایگذاری رابطه (۳۰) در معادله (۲۹) و مشتق گیری از توابع شکل آن‌ها حالت گسسته معادله انتقال خواهد شد:

محاسبه آن در معادله‌ی (۳۸ و ۳۹) شرح داده شده است (Liu et.al, 1995).

$$W_i(X) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4\overline{r}_l^2 + 4\overline{r}_l^3 & \overline{r}_l \leq 0.5 \\ \frac{2}{3} - 4\overline{r}_l + 4\overline{r}_l^2 + \frac{4}{3}\overline{r}_l^3 & 0.5 < \overline{r}_l \leq 1 \\ 0 & \overline{r}_l > 1 \end{cases} \quad (38)$$

$$\overline{r}_l = \frac{d_i}{r_w} = \frac{|x - x_i|}{r_w} \quad (39)$$

در معادله‌ی (۳۹)، r_w شعاع تأثیر نقطه‌ی گره‌ی x_i و d_i فاصله‌ی بین نقطه‌ی x_i تا نقطه‌ی x است. برای هر نقطه r_w باید به گونه‌ای انتخاب شود که تعداد وزن‌های غیر صفر بزرگ‌تر از تعداد تک‌تک جملات موجود در چندجمله‌ای باشند. در دامنه محلی^۳ محدوده‌ای کوچک در اطراف هر گره اصلی که معادلات دیفرانسیل روی آن نوشته وجود دارد. انتگرال‌گیری بر روی این ناحیه صورت می‌پذیرد انجام می‌شود. دامنه حمایتی^۴ ناحیه بزرگ‌تری است که در آن گره‌های همسایه برای ساختن تابع شکل هر نقطه استفاده می‌شوند تابع وزن تعیین می‌کند که هر گره چه میزان در مقدار تقریب نقطه مرکزی سهم داشته باشد. بیشترین مقدار وزن در نزدیکی نقطه مرکزی است. هرچه فاصله گره از نقطه مرکزی بیشتر شود، وزن آن کاهش می‌یابد تا در مرز دامنه حمایتی تقریباً به صفر برسد (شکل ۳).

شاخص‌های ارزیابی

در این بخش، تأثیر دیوارهای آب‌بند بر نفوذ آب شور (SI) به‌طور معمول با دو شاخص ارزیابی می‌شود: نرخ کاهش گوه آب‌شور^۵ (SWR) و نرخ کاهش کل جرم نمک (TSMR) در آبخوان خشکی با وجود دیوارها این شاخص‌ها توسط ورنر^۶ و همکاران (۲۰۱۳) برای ارزیابی درجه نفوذ آب‌شور استفاده

بردار نیروی گره‌ی نیز با مشخص بودن شرط مرزی نیومن برای غلظت در جهت x معلوم است. لازم به ذکر است که در مسئله نفوذ آب‌شور شرط مرزی نیومن غلظت در جهت y موجود نیست. پس ترم دوم و سوم انتگرال مرزی قابل حذف است (Karimzadeh et al., 2024).

تابع شکل در روش بدن شبکه

توابع شکل برای تقریب متغیرهای میدان (مانند هد هیدرولیکی، غلظت) در هر زیر دامنه محلی استفاده می‌شوند. تابع شکل با استفاده از درون‌یابی نقطه‌ای^۱، یکی از قدیمی‌ترین روش‌های درون‌یابی است که k تابع پایه‌ای در معادله‌ی $U(X)$ با استفاده از چندجمله‌ای پاسکال است. روش درون‌یابی نقطه‌ای تابع $U(X)$ را روی دامنه‌ی Ω توسط نقاط پراکنده نشان داده شده است در نقطه‌ی x به صورت معادله‌ی (۳۷) در نظر می‌گیرند (Voss and Provost, 2019).

$$U^h(x) = \sum_j^m p_j(x) a_j(x) \quad (37)$$

ساخت تابع وزن در روش بدون شبکه

یک تابع وزن^۲ مناسب باید فقط در یک همسایگی کوچک x_i که دامنه تأثیر گره I نامیده می‌شود غیر صفر باشد. یکی از ویژگی‌های مفید تقریب حداقل مجذور مربعات متحرک این است که پیوستگی آن‌ها معادل پیوستگی تابع وزن آن‌ها است. یعنی با انتخاب یک تابع وزن مناسب می‌توان تقریب‌های با درجه پیوستگی بالا داشت (Yu et al., 2015).

تابع وزن در تقریب حداقل مربعات متحرک و عملکرد نقش اساسی را ایفا می‌کند. تابع وزن انواع مختلفی از جمله گوسی، کواریتیک و اسپیلاین را شامل می‌شود، از آنجایی که در این مطالعه از تابع وزن اسپیلاین استفاده شده، نحوه

⁴ Support Domain

⁵ Seawater Reduction Ratio

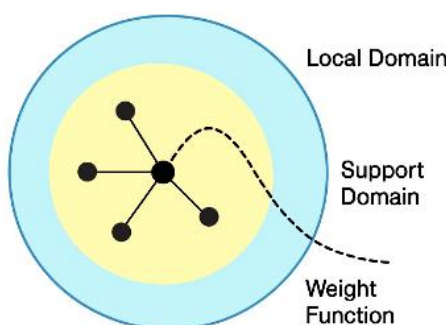
⁶ Werner

¹ Point interpolation

² Effect

³ Local Domain

شده‌اند. طول گوه آب‌شور (SWL) با موقعیت نوک خط کانتور شوری ۱۰٪ تعیین می‌شود (Yuan et al., 2009).



شکل ۳. شکل مفهومی دامنه محلی، حمایتی و تابع وزن.

Fig 3. Conceptual Illustration of The Local Domain, Support Domain, And Weight Function

که در آن TNM کل جرم نیترات باوجود دیوار و TNM_0 کل جرم نیترات در آبخوان خشکی در حالت پایدار بدون دیوار است (Zheng et al., 2020).

SWR به‌صورت زیر تعریف می‌شود (Zheng et al., 2020):

$$SWR = \frac{SWL_0 - SWL}{SWL_0} \quad (40)$$

که در آن SWL طول گوه آب‌شور اندازه‌گیری شده با دیوار و SWL_0 طول گوه آب‌شور در حالت پایدار بدون دیوار است.

میزان کل حذف نمک^۱ (TMSR) به‌صورت بی‌بعد به شکل زیر بیان می‌شود (Zheng et al., 2020):

$$TSMR = \frac{TSM_0 - TSM}{TSM_0} \quad (41)$$

که در آن TSM کل جرم نمک در آبخوان شیرین خشکی باوجود دیوار و TSM_0 کل جرم نمک در حالت پایدار بدون دیوار است. و میزان کل حذف نیترات^۲ (TNMR) به‌صورت زیر فرموله می‌شود:

$$TNMR = \frac{TMN - TMN_0}{TMN_0} \quad (42)$$

نتایج و بحث
شبکه‌بندی با فواصل ۴ متر در دو جهت طولی و عرضی انجام‌گرفته است و شامل ۱۰۷۱ گره است (شکل ۴). مقایسه خطوط غلظت شوری مورد مطالعه در روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین مدل هنری با مطالعه Javadi و همکاران (۲۰۱۵) در شکل ۵ نشان داده‌شده است نتایج نشان داده است که دقت روش عددی مورد استفاده بالا بوده و توانسته در ادامه کار مورد استفاده قرار گیرد. کانتور خطوط غلظت شوری در روش عددی مورد مطالعه در شکل ۶ بدون پمپاژ نشان داده‌شده است (شکل ۵ و ۶).

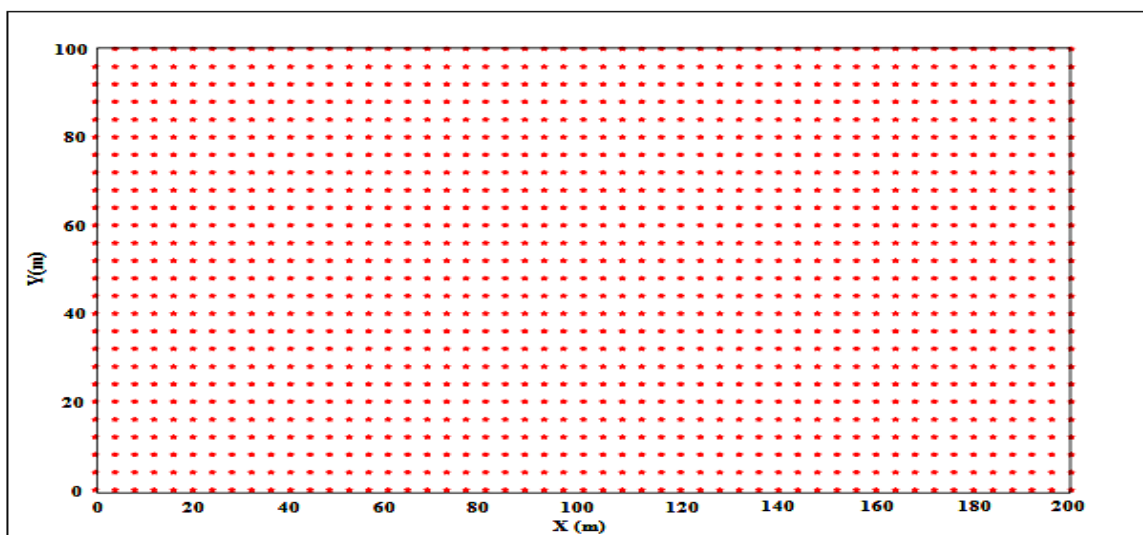
سطح آب زیرزمینی منطقه مورد مطالعه در آبخوان ذکر شده با استفاده از روش بدون شبکه پتروو-گالرکین بدون در نظر گرفتن پمپاژ اولیه به‌صورت شکل ۷ ارائه گردید. بررسی دقت و خطای روش بدون شبکه، سطح آب زیرزمینی مدل‌سازی شده با آب زیرزمینی مدل شده توسط Javadi

² Total Nitrate Mass Removal

¹ Total Salt Mass Removal

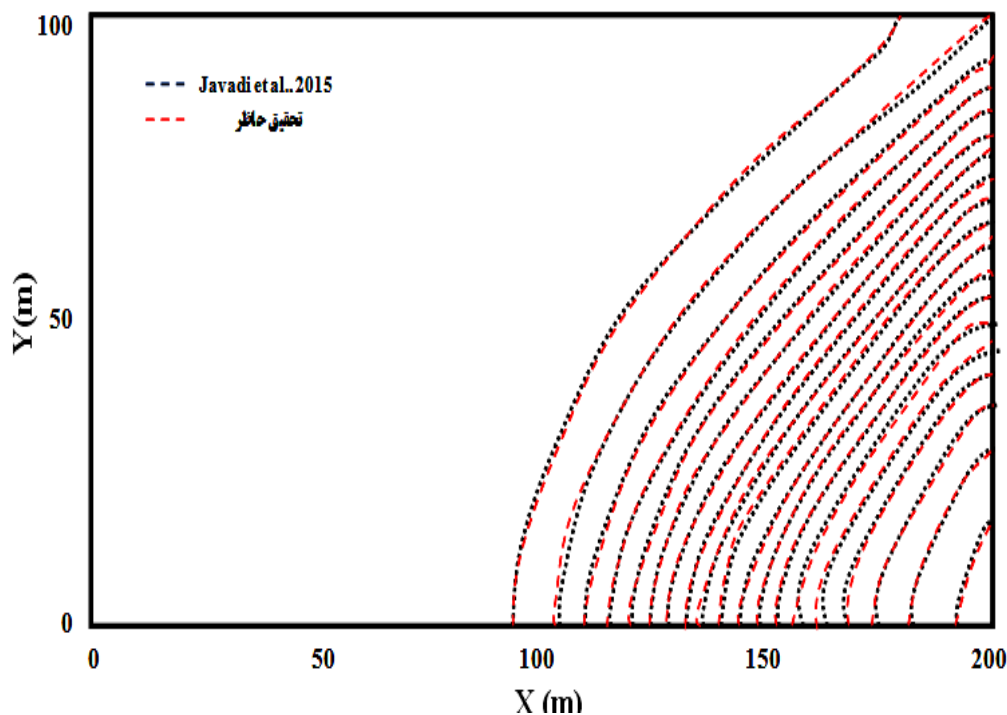
پیشروی نفوذ آب‌شور در آبخوان ساحلی به میزان ۱۰۰ متر بوده است (شکل ۸).

و همکاران (۲۰۱۵) نشان داده‌شده است که روش به‌کاررفته از قدرت بالایی برخوردار بوده و جهت ورود این داده‌ها به مدل‌های تحقیق مناسب است. نتایج مدل کانتور غلظت شوری در آبخوان با روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین نشان داده است میزان



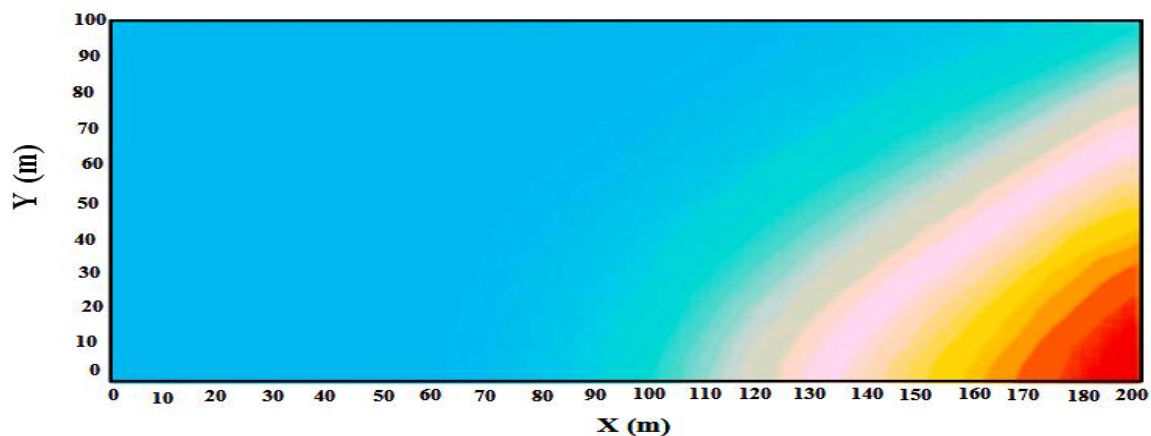
شکل ۴. هندسه و شبکه‌بندی مدل عددی در روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین.

Fig 4. Geometry And Meshing of The Numerical Model in The Petrov-Galerkin Meshless Numerical Method.



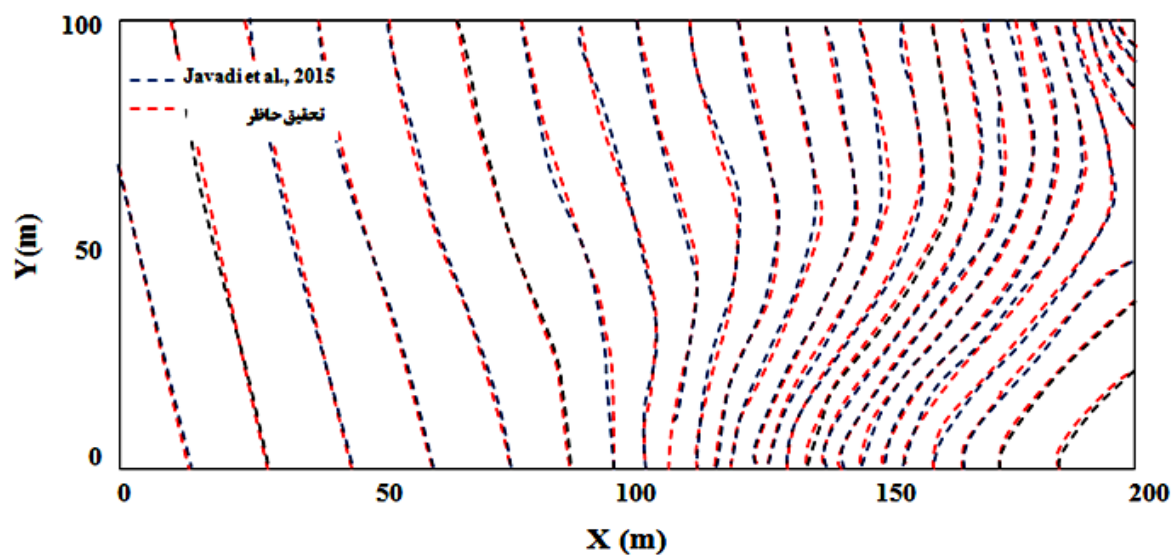
شکل ۵. مقایسه خطوط غلظت شوری مدل حاضر با نتایج Javadi و همکاران (۲۰۱۵).

Fig 5. Comparison of salinity concentration contours of the present model with the results of Javadi et al. (2015).



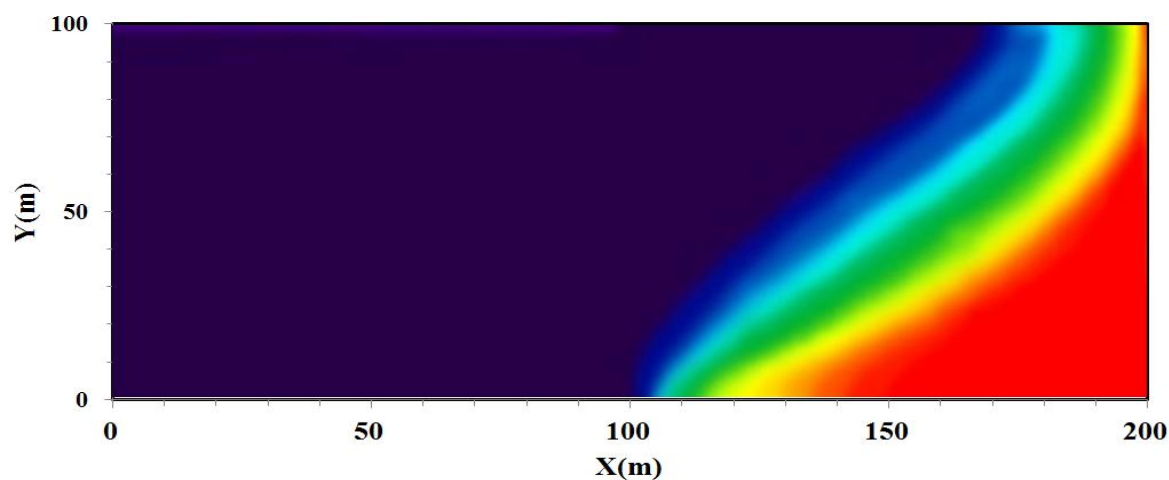
شکل ۶. توزیع غلظت شوری در آبخوان بدون دیوار آب‌بند با روش (MLPG).

Fig 6. Salinity Concentration Distribution in An Aquifer Without A Cutoff Wall Using The MLPG Method.



شکل ۷. مقایسه تراز آب مدل حاضر با نتایج Javadi و همکاران (۲۰۱۵).

Fig 7. Comparison of Groundwater Head Contours With Javadi et al. (2015).

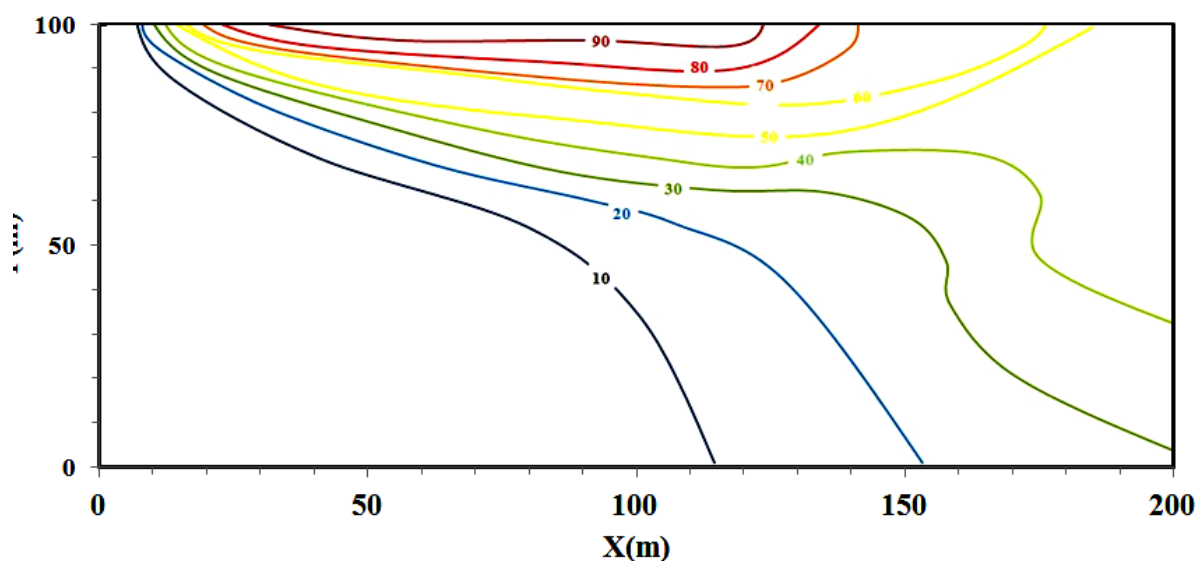


شکل ۸. توزیع شوری آبخوان بدون دیوار با روش MLPG.

Fig 8. Salinity Distribution in An Aquifer Without A Cutoff Wall Using MLPG.

نیتروژنه و نفوذ آن به آبخوان باشد؛ و بیش‌ترین غلظت نیترات در محل ورود نیترات می‌باشد. مقدار غلظت نیترات بین ۱۰ تا ۱۰۰ میلی‌گرم بر لیتر تغییر کرده است. شکل ۹ خطوط هم‌مقدار غلظت نیترات را نشان داده است. در نواحی میانی آبخوان (۱۰۰ تا ۱۵۰ متر) احتمال هم‌پوشانی شوری و آلودگی نیترات وجود دارد که می‌تواند کیفیت آب را به شدت کاهش دهد (شکل ۹).

نتایج نشان می‌دهد که آلودگی نیترات از ناحیه سطحی وارد آبخوان شده و با جریان آب زیرزمینی به سمت پایین‌دست حرکت کرده است. در بخش پایین و نزدیک جبهه شوری غلظت نیترات به میزان ۱۰ تا ۳۰ میلی‌گرم بر لیتر است. بیشترین غلظت نیترات ۷۰ تا ۹۰ میلی‌گرم بر لیتر در نزدیکی بخش بالادست سمت چپ دیده می‌شود که می‌تواند ناشی از فعالیت‌های کشاورزی، مصرف کودهای

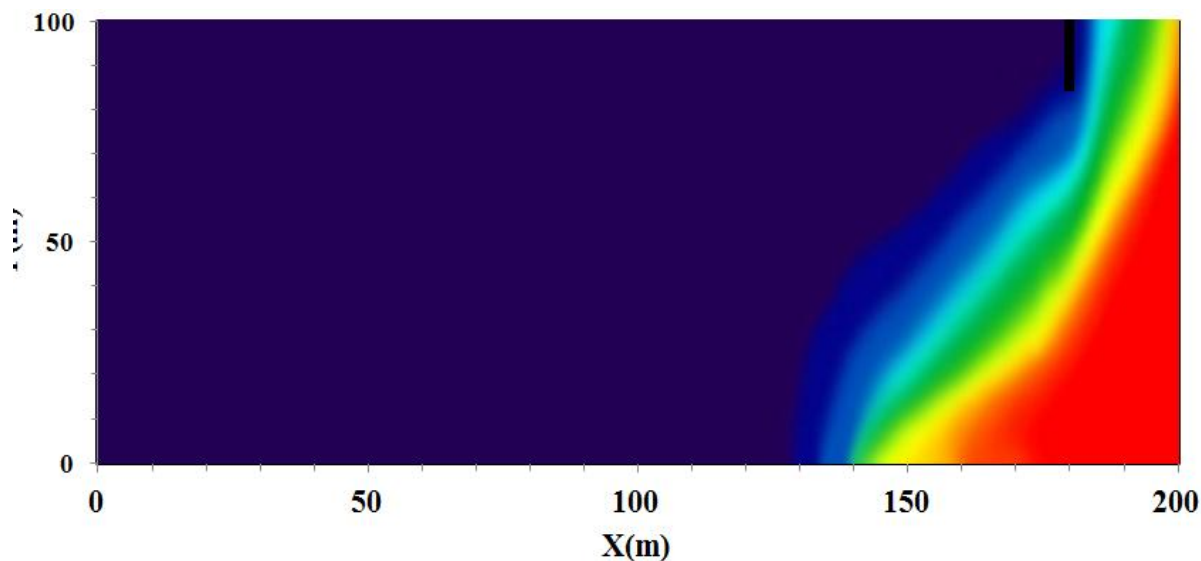


شکل ۹. توزیع نیترات در آبخوان بدون دیوار با روش MLPG.

Fig 9. Nitrate Concentration Distribution in An Aquifer Without A Cutoff Wall Using MLPG.

ویژگی‌های زمین‌شناسی و هیدرولوژیکی آبخوان باشد تا از دور زدن نیترات از زیر دیوار جلوگیری شود. در این مطالعه دیوار آب‌بند در فاصله ۲۰ متری از سمت دریا قرار گرفته است. نسبت به حالت قبل (بدون دیواره یا دیواره بلندتر)، جبهه شوری کمتر به سمت داخل نفوذ کرده و در عمق‌های بالاتر (نزدیک سطح) عقب‌نشینی کرده است، اما چون ارتفاع آن فقط ۱۵ سانتی‌متر است، اثر آن کامل نیست (شکل ۱۰).

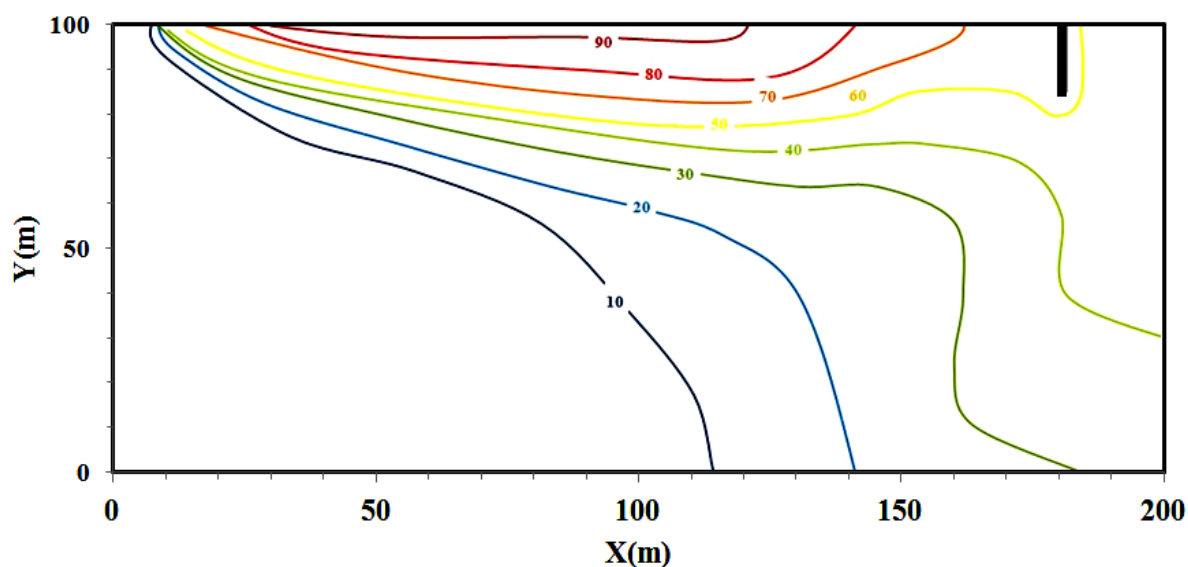
دیواره‌های آب‌بند به‌عنوان یک سد نفوذناپذیر یا با نفوذپذیری بسیار کم عمل کرده است که مانع فیزیکی در مسیر جریان آب زیرزمینی حاوی نیترات (مثلاً از منابع کشاورزی یا مناطق شهری) ایجاد می‌کنند. این امر از رسیدن نیترات به مناطق حساس آبخوان یا به سمت آب‌های ساحلی جلوگیری کرده است. نتایج استفاده از دیواره در ارتفاع‌های ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰ متر به همراه پراکندگی غلظت نیترات در شکل‌های ۱۰ تا ۱۷ نشان داده شده است که عمق و فاصله دیواره باید متناسب با



شکل ۱۰. توزیع شوری آبخوان با دیوار ۱۵ متری با روش MLPG.

Fig 10. Salinity Distribution in An Aquifer With A 15-M Cutoff Wall Using MLPG.

خطوط هم غلظت (۱۰ تا ۹۰ mg/L) نشان می‌دهد که پهنای ناحیه با غلظت بالا کمی محدود شده و در اطراف دیوار تمرکز پیدا کرده است؛ اما چون دیوار آبند کوتاه است، مسیر جریان زیر دیواره هنوز امکان انتقال نترات است (شکل ۱۱).



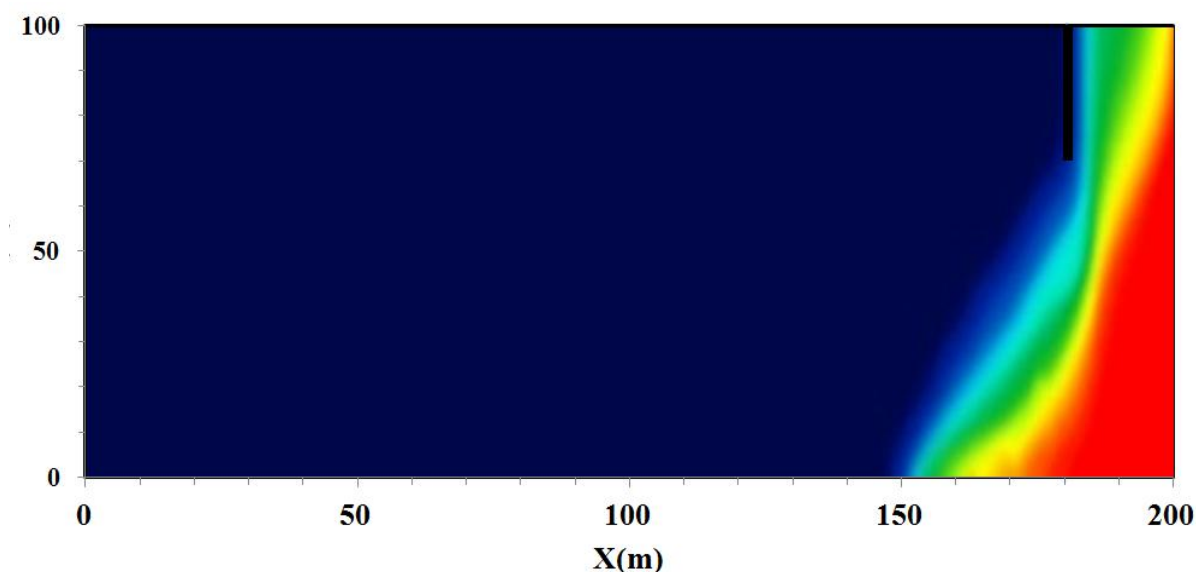
شکل ۱۱. توزیع نترات آبخوان با دیوار ۱۵ متری با روش MLPG.

Fig 11. Nitrate Concentration Distribution in An Aquifer With A 15-M Cutoff Wall Using MLPG.

در دیواره ۳۰ متری جبهه آب‌شور نسبت به حالت‌های قبلی بیشتر عقب‌نشینی کرده و در عمق‌های بالا تقریباً به‌طور کامل متوقف شده است و تنها در بخش‌های پایینی (زیر دیواره) مقدار کمی نفوذ مشاهده شده است (شکل ۱۲). خطوط هم غلظت نشان می‌دهند که غلظت‌های بالا (۷۰-۹۰) تقریباً پشت دیواره گیر افتاده‌اند و به سمت داخل کمتر حرکت کرده‌اند. افزایش ارتفاع دیواره آب‌بند به ۳۰ متر باعث شده پیشروی آب‌شور و انتقال نترات

مهندسی مناسب برای حفاظت از کیفیت آبخوان ساحلی باشد (شکل ۱۳).

به‌طور چشمگیری کاهش پیدا کند. این ارتفاع نسبت به ۱۵ متر بسیار مؤثرتر است و می‌تواند یک گزینه‌ی

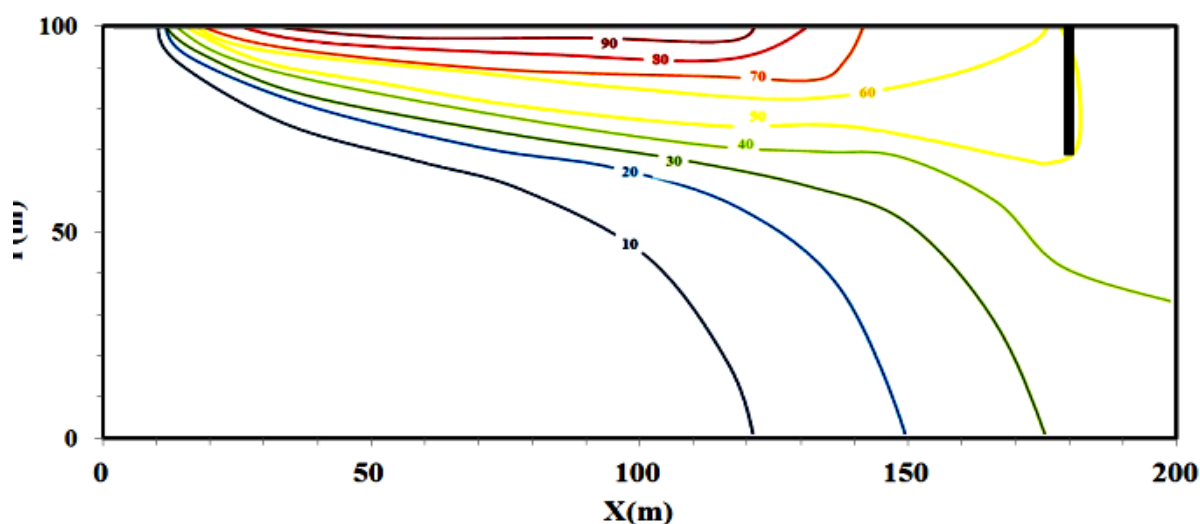


شکل ۱۲. توزیع شوری آبخوان با دیوار ۳۰ متری با روش MLPG.

Figure 12. Salinity Distribution in An Aquifer With A 30-M Cutoff Wall Using MLPG.

چشمگیری کاهش پیدا کند. این ارتفاع نسبت به ۱۵ متر بسیار مؤثرتر است و می‌تواند یک گزینه‌ی مهندسی مناسب برای حفاظت از کیفیت آبخوان ساحلی باشد (شکل ۱۳).

خطوط هم غلظت نشان می‌دهند که غلظت‌های بالا (۷۰-۹۰) تقریباً پشت دیواره گیر افتاده‌اند و به سمت داخل کمتر حرکت کرده‌اند. افزایش ارتفاع دیواره آب‌بند به ۳۰ متر باعث شده پیشروی آب‌شور و انتقال نیترات به‌طور



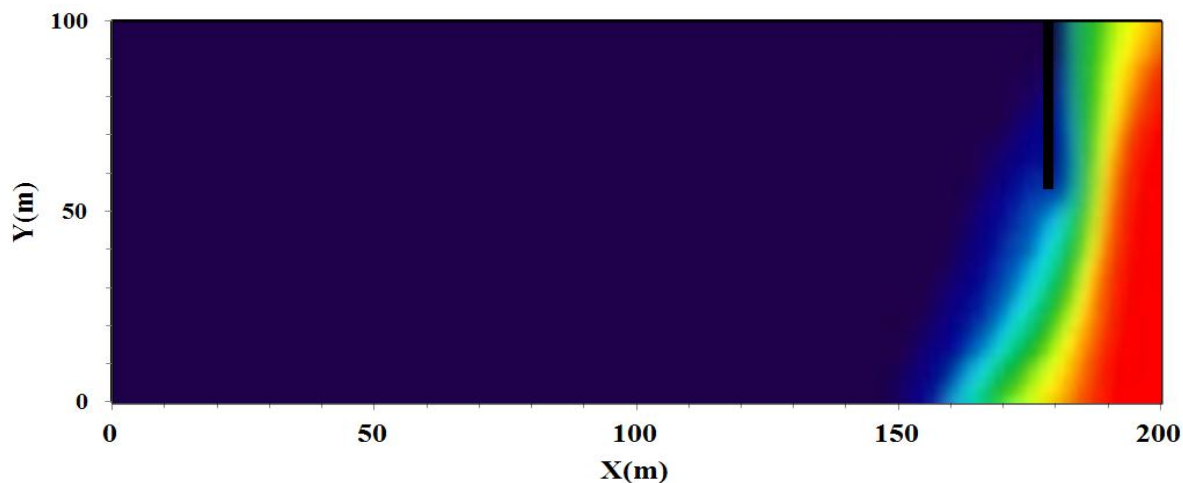
شکل ۱۳. توزیع نیترات در آبخوان با دیوار ۳۰ متری با روش MLPG.

Fig 13. Nitrate Concentration Distribution in An Aquifer With A 30-M Cutoff Wall Using MLPG.

تا ۳۰ بسیار مؤثر بود و رسیدن به ۴۵ سانتی تأثیر افزایشی دارد ولی کمتر از افزایش از ۱۵ تا ۳۰ است (شکل ۱۴ و

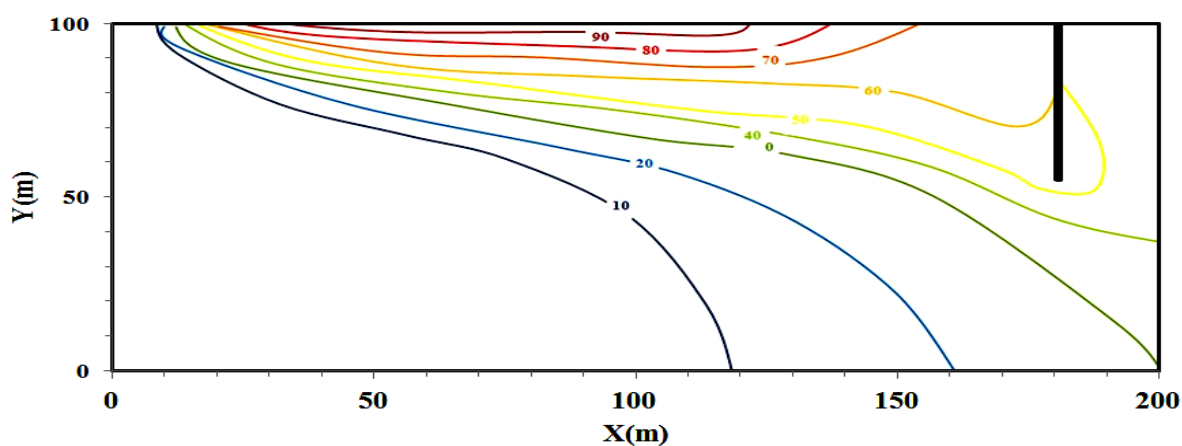
نتایج نشان داده است که در عمق ۴۵ متر بیشترین عقب‌نشینی شوری مشاهده می‌شود افزایش ارتفاع دیواره

(۱۵). دیواره ۴۵ متر انتشار نیترات را بسیار محدود می‌کند و غلظت‌های بالا را از ۹۰ تا ۴۰ میلی گرم بر لیتر را پشت دیوار نگه‌داشته است (شکل ۱۶ و ۱۷).



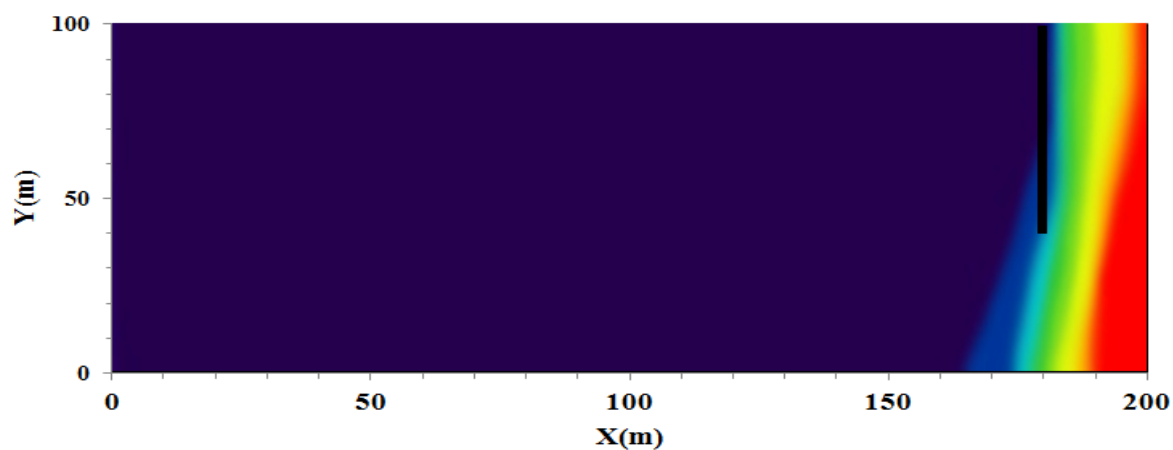
شکل ۱۴. توزیع شوری آبخوان با دیوار ۴۵ متری با روش MLPG

Fig 14. Salinity Distribution in An Aquifer With A 45-M Cutoff Wall Using MLPG



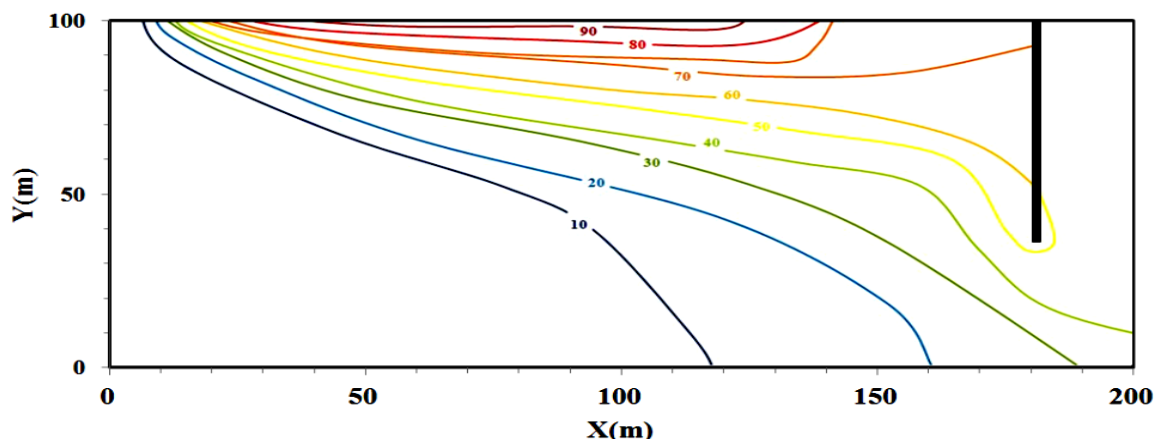
شکل ۱۵. توزیع نیترات در آبخوان با دیوار ۴۵ متری با روش MLPG

Fig 15. Nitrate Concentration Distribution in An Aquifer With A 45-M Cutoff wall Using MLPG



شکل ۱۶. توزیع شوری آبخوان با دیوار ۶۰ متری با روش MLPG

Fig 16. Salinity Distribution in An Aquifer With A 60-M Cutoff Wall Using MLPG



شکل ۱۷. توزیع نیترات در آبخوان با دیوار ۶۰ متری با روش MLPG.

Fig 17. Nitrate Concentration Distribution in An Aquifer With A 60-M Cutoff Wall Using MLPG.

است که دیواره آب‌بند با افزایش ارتفاع، در جلوگیری از نفوذ آب‌شور به داخل آبخوان بسیار مؤثرتر عمل کرده است.

این افزایش ارتفاع به دیواره اجازه داده است تا با گوه آب‌شور در عمق بیشتری مقابله کند و مانع مؤثرتری ایجاد نماید.

میزان کل حذف نمک نیز با افزایش ارتفاع دیواره از حدود ۳۰/۶۴ درصد در ارتفاع ۱۵ متر، به بیش از ۹۱/۹۲ درصد در ارتفاع ۶۰ متر افزایش یافته است.

افزایش در TMSR مستقیماً در کاهش نفوذ آب‌شور (SWR) مرتبط است. وقتی آب‌شور کمتری وارد آبخوان می‌شود، به‌طور طبیعی میزان کل نمکی که از سیستم خارج یا حذف می‌شود.

نتایج نشان‌دهنده کارایی بالایی دیواره‌های بلندتر در شیرین‌سازی یا حداقل کردن میزان شوری در آبخوان است.

میزان کل حذف نیترات با افزایش ارتفاع دیواره، افزایش یافته است، اما میزان این افزایش بسیار کمتر از دو پارامتر دیگر و به میزان ۱/۱ درصد در ارتفاع ۱۵ متر، به حدود ۱۳/۵۲ درصد در ارتفاع ۶۰ متر است.

در مواردی که دیواره به‌طور کامل آبخوان را قطع نکرده است، جریان آب زیرزمینی مجبور است از کنار یا زیر دیواره عبور کند.

این افزایش طول مسیر، زمان ماندگاری^۱ آب در آبخوان را افزایش داده و فرصت بیشتری برای فرایندهای طبیعی تصفیه، به‌ویژه دنیتریفیکاسیون، فراهم کند.

دیواره آب‌بند می‌تواند به‌عنوان یک سد مؤثر در برابر پیشروی آب‌شور از دریا به داخل آبخوان آب شیرین عمل کند.

این موضوع مهم است، چون آب‌شور می‌تواند تعادل بیوشیمیایی آبخوان را به هم بزند و بر فرایندهای طبیعی تصفیه، از جمله دنیتریفیکاسیون، تأثیر منفی بگذارد.

نتایج نمودار شکل ۱۸ نشان داده است که چگونه با افزایش ارتفاع دیواره آب‌بند، سه پارامتر مهم نسبت کاهش آب‌شور (SWR)، میزان کل حذف نمک (TMSR) و میزان کل حذف نیترات (TNMR) در آبخوان ساحلی تغییر یافته است.

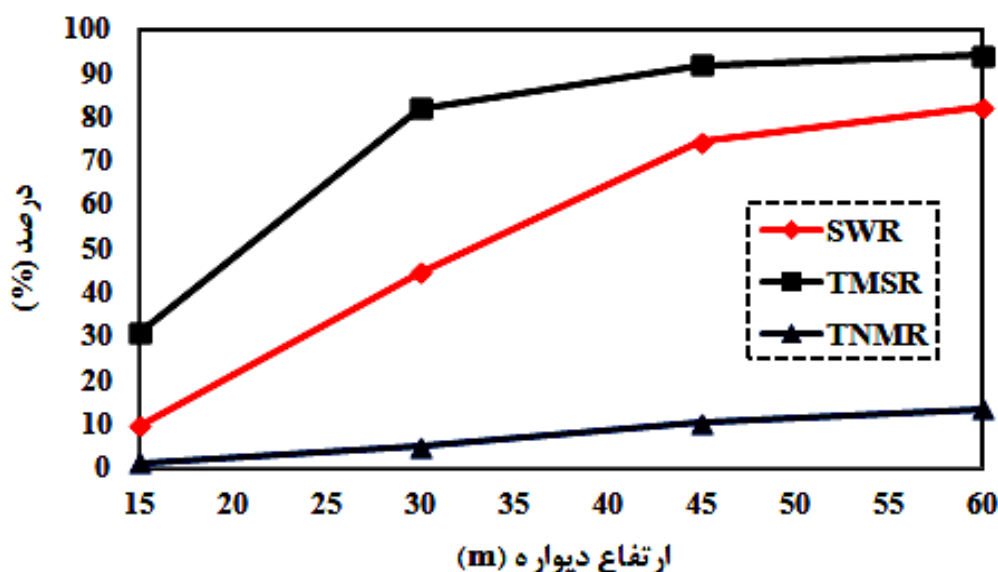
نسبت کاهش آب‌شور با افزایش ارتفاع دیواره از ۱۵ متر تا ۶۰ متر به‌طور پیوسته و قلیل‌توجهی افزایش یافته و از حدود ۹/۵۳ درصد در ارتفاع ۱۵ متر، به بیش از ۸۲/۲۶ درصد در ارتفاع ۶۰ متر می‌رسد که نشان‌دهنده این

¹ Residence Time

افزایش ارتفاع دیواره به تنهایی ممکن است، مشکل آلودگی نیترات را به طور کامل حل نکند و حتی در برخی سناریوها، مدیریت آن را پیچیده تر سازد.

نمودار TNMR نشان داده است که درحالی که بهبودهایی وجود دارد، این پارامتر بسیار کندتر از پارامترهای مربوط به شوری افزایش یافته که بر اهمیت یافتن یک تعادل بین کنترل آب شور و مدیریت آلودگی نیترات تأکید کرده است.

افزایش TNMR با افزایش ارتفاع دیواره نشان داده است که وقتی دیواره بلندتر و نفوذناپذیرتر است، ممکن است جریان آب زیرزمینی در نزدیکی دیواره تغییر کند. این تغییر جریان می تواند باعث تجمع بیشتر نیترات ها در بخش های خاصی از آبخوان (به خصوص در قسمت های بالادست دیواره) شود.



شکل ۱۸. نرخ کاهش گوه آب شور (SWR)، میزان حذف کل نمک (TSMR) و میزان حذف کل نیترات (TNMR)
Fig 18. Seawater Reduction Rate (SWR), Total Salt Mass Removal (TSMR), and Total Nitrate Mass Removal (TNMR)

برای این مسئله نهفته است. در این مطالعه رفتارهای گذرا نفوذ آب شور و آلودگی نیترات تحت اثرات مشترک موانع فیزیکی است. نتایج نشان می دهد که ارتفاع دیوار آبنند در اثربخشی کنترل نفوذ آب شور و آلودگی نیترات تأثیر بسزایی داشته است. علاوه بر این، دریافتیم که اثربخشی کنترل نفوذ آب شور و آلودگی نیترات با افزایش H به طور مداوم بهبود می یابد. به طور کلی، هرچه دیواره آبنند عمیق تر باشد و بتواند به طور مؤثرتری گوه آب شور را قطع کند، در کنترل نفوذ آب شور کارآمدتر خواهد بود. عدم کفایت عمق می تواند منجر به دور زدن آب شور از زیر دیواره شده و تلاش ها را بی اثر کند؛ بنابراین، ارتفاع دیوار یک پارامتر طراحی حیاتی است که باید با دقت فراوان و بر

نتیجه گیری

نفوذ آب شور دریا تهدید فزاینده ای برای منابع آب زیرزمینی در مناطق ساحلی است. دیوار حائل به طور گسترده ای برای توقف پیشروی گوه آب شور استفاده می شود. مطالعات گذشته بیشتر بر کنترل نفوذ آب شور متمرکز بوده اند و اثر هم زمان آن بر آلودگی نیترات کمتر بررسی شده است. همچنین، استفاده از روش بدون شبکه (MLPG) برای شبیه سازی توأمان شوری و نیترات در آبخوان های ساحلی بسیار محدود است. پژوهش حاضر با تمرکز بر این خلأ، نقش دیواره آبنند را در کاهش نفوذ آب شور و کنترل آلودگی نیترات به صورت هم زمان مورد تحلیل قرار داده و نوآوری آن در به کارگیری روش MLPG

- Badaruddin, S. & Mehdizadeh, S.S. (2021). Assessment of Mechanical Dispersion Effects on Mixing Zone under Extreme Saltwater Intrusion. *Journal Groundwater for Sustainable Development*, 14(15), 100624. <https://doi.org/10.1016/j.gsd.2021.100624>.
- Diersch, H.J. (1988). Finite element modelling of recirculating density-driven saltwater intrusion processes in groundwater. *Advances in Water Resources*, 11 (1), 25-43, [https://doi.org/10.1016/0309-1708\(88\)90019-X](https://doi.org/10.1016/0309-1708(88)90019-X)
- Ebeling, P., Handel, F. & Walther, M. (2019). Potential of mixed hydraulic barriers to remediate seawater intrusion. *Science of the Total Environment*, 693, 133478. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2019.07.284>
- Guo, Q., Huang, J., Zhou, Z. & Wang, J. (2019). Experiment and Numerical Simulation of Seawater Intrusion under the Influences of Tidal Fluctuation and Groundwater Exploitation in Coastal Multilayered Aquifers. *Geofluids*, 2019(22), e2316271. <https://doi.org/10.1155/2019/2316271>
- Hughes, J.D. & Sanford, W.E. (2004). SUTRA-MS: a version of sutra modified to simulate heat and multiple-solute transport. 1207. Open-File Report 1207
- Hans, J. & Diersch, G. (2014). Finite element modeling of flow mass and heat transport in porous and fractured media. *Springer*, <https://doi.org/10.1007/978-3-642-38739-5>
- Ju, X.T., Kou, C.L., Zhang, F.S. & Christie, P., (2006). Nitrogen balance and groundwater nitrate contamination: comparison among three intensive cropping systems on the North China Plain. *Environmental Pollution*, 143, 117–125. <https://doi.org/10.1016/j.envpol.2005.11.005>.
- Javadi, A., Hussain, M., Sherif, M. & Farmani, R. (2015). Multi-objective Optimization of Different Management Scenarios to Control Seawater Intrusion in Coastal Aquifers, *Water Resources Management*, 29:1843–1857, <https://doi.org/10.1007/s11269-015-0914-1>.
- Karim zadeh, E., Akbarpour, A. & Mohtashami, A. (2024). Simulation of sea water infiltration in coastal aquifer using MLPG numerical method. *Journal of Aquifer and Qanat*, 5(8), 44-19. <https://doi.org/10.22077/jaaq.2024.8115.1076>. [In Persian].
- Kaleris, V.K. & Ziogas, A.I. (2012). The effect of cutoff walls on saltwater intrusion and groundwater extraction in coastal aquifers. *Journal of Hydrology* . 2013, 476, 370–383. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.11.007>
- Kim, K.H., Heiss, J.W., Michael, H.A., Cai, W.J., Laattoe, T., Post, V.E.A. & Ullman, W.J. (2017). Spatial patterns of groundwater biogeochemical reactivity in an intertidal beach aquifer. *Journal of Geophysical Research, Biogeosci.*

اساس مطالعات هیدرولوژیکی و زمین‌شناسی منطقه تعیین شود. دیواره‌های آب‌بند می‌توانند به عنوان ابزاری مؤثر در کنترل پیشروی آب‌شور و آلودگی نیترات در آبخوان‌های ساحلی عمل کنند. اثر کلی دیواره آب‌بند وجود دیواره باعث می‌شود هم پیشروی شوری از سمت راست (دریا) به داخل آبخوان محدود شود، هم نفوذ نیترات از سمت خشکی کاهش یابد. دیوار ۱۵ متری تأثیر اولیه‌ای روی هر دو جبهه دارند، اما هنوز بخش قابل توجهی از شوری و نیترات به آبخوان نفوذ می‌کند. با افزایش ارتفاع دیوار از ۱۵ به ۳۰ تا ۶۰ متر غلظت شوری و نیترات به‌طور محسوسی کاهش می‌یابد. انتخاب بهینه ارتفاع دیوار به عوامل مختلفی بستگی دارد علاوه بر هدف کاهش غلظت آلودگی، هزینه‌ی ساخت نیز از اهمیت بالایی برخوردار است. با این حال، برای بهره‌برداری بهینه از این سیستم‌ها، نیاز به مطالعات و طراحی‌های دقیق و بومی‌سازی آن‌ها برای هر منطقه خاص احساس می‌شود. این راهکار، به‌ویژه در کنار مدیریت صحیح منابع آب، می‌تواند به حفظ کیفیت منابع آبی در مناطق ساحلی کمک کند. مطالعات مختلفی نشان داده‌اند که استفاده از دیواره‌های آب‌بند می‌تواند به‌طور مؤثر پیشروی آب‌شور را کاهش داده و کیفیت آب را در مناطق ساحلی بهبود بخشد. این مطالعات معمولاً با استفاده از مدل‌های هیدرودینامیکی و شبیه‌سازی‌های عددی به تحلیل و ارزیابی اثرات دیواره‌ها در شرایط مختلف پرداخته‌اند. این مدل‌ها می‌توانند به طراحی و اجرای بهینه دیواره‌های آب‌بند کمک کنند.

منابع

- Abarca, E., Karam, H., Hemond, H.F. & Harvey, C.F. (2013). Transient groundwater dynamics in a coastal aquifer: the effects of tides, the lunar cycle, and the beach profile. *Water Resources Research*, 49, 2473–2488. <https://doi.org/10.1002/wrcr.20075>.
- Abdoulhalik, A., Ahmed, A. & Hamill, G.A. (2017). A new physical barrier system for seawater intrusion control. *Journal of Hydrology*, 549, 416–427. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.04.005>

- Spiteri, C., Slomp, C.P., Charette, M.A., Tuncay, K. & Meile, C. (2008). *Flow and nutrient dynamics in a subterranean estuary (Waquoit Bay, MA, USA): Field data and reactive transport modeling*. *Geochim. Cosmochim. Acta* 72, 3398–3412. <https://doi.org/10.1016/j.gca.2008.04.027>
- Tianyuan, Z., Xilai, Z., Qiguo, S., Lichun W. & Marc, W. (2020). Insights of variable permeability full-section wall for enhanced control of seawater intrusion and nitrate contamination in unconfined aquifers. *Journal of Hydrology*, 586 (2020) 124831 <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.124831>.
- Watson, T.A., Werner, A.D. & Simmons, C.T. (2010). Transience of seawater intrusion in response to sea level rise. *Water Resources Research*, 46, 1–10. <https://doi.org/10.1029/2010WR009564>.
- Walther, M., Graf, T., Kolditz, O., Liedl, R. & Post, V. (2017). How significant is the slope of the sea-side boundary for modelling seawater intrusion in coastal aquifers?. *Journal of Hydrology*. 551, 648–659. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.02.031>.
- Werner, A.D., Bakker, M., Post, V.E.A., Vandenbohede, A., Lu, C., Ataie-Ashtiani, B., Simmons, C.T. & Barry, D.A. (2013). Seawater intrusion processes, investigation and management: Recent advances and future challenges. *Adv. Water Resour.* 51, 3–26. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2012.03.004>.
- Yuan, Y.R., Liang, D. & Rui, H.X. (2009). Numerical simulation and analysis of 3D seepage mechanics in seawater intrusion prevention project. *Sci. China*, 39, 222–236.
- Ye, Yu., Chiogna, G., Cirpka, O., Grathwohl, P. & Rolle, M. (2015). Experimental Investigation of Compound Specific Dilution of Solute Plumes in Saturated Porous Media: 2-D vs. 3-D Flow-Through Systems. *Journal of Contaminant Hydrology*, 172: 33–47, <https://doi.org/10.1016/j.jconhyd.2014.11.002>
- 122, 2548–2562. <https://doi.org/10.1002/2017JG003943>.
- Liu, W.K., Jun, S. & Zhang, Y.F. (1995). Mesh free methods. CRC PRESS, Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.
- Luiz, D.S.G.J., Pinto, V.F. & Mannathal, H.V. (2018). Use of electrical resistivity tomography in selection of sites for underground dams in a semiarid region in southeastern Brazil. *Groundwater for Sustainable Development*, 2018, 7, 232–238. <https://doi.org/10.1016/j.gsd.2018.06.001>
- Luyun, R., Momii, K. & Nakagawa, K. (2011). Effects of recharge wells and flow barriers on seawater intrusion. *Ground Water*, 49, 239–249. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2010.00719.x>
- Lu, C., Xin, P., Kong, J., Li, L. & Luo, J. (2015). Analytical solutions of seawater intrusion in sloping confined and unconfined coastal aquifers. *Water Resources Research*, 51, 9127–9140. <https://doi.org/10.1002/2014WR016259>.
- Mohtashmi, A. (2016). *Use of surface without network in groundwater flow modeling in free streams*. MSc dissertation, Faculty of Engineering, University of Birjand, Iran [In Persian].
- Omajene, A., Egbai, J., Chucks, O. & Emmanuel Ch. (2024). Investigation of Saltwater Intrusion into Freshwater Aquifers in Some Estuary Environment in Niger Delta. *Journal of Water Resources and Ocean Science*, 13(4):94–104. <https://doi.org/10.11648/j.wros.20241304.11>.
- Onder, H. & Yilmaz, M. (2005). Underground Dams- A tool of sustainable development and management of groundwater resources. *Eur. Water*, 11(12), 35–45, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.12.012>
- Provost, A. M. & Voss, C.I. (2019). *SUTRA-A model for saturated-unsaturated variable-density groundwater flow with solute or energy transport Documentation of Generalized Boundary Conditions, a Modified Implementation of Specified Pressures and Concentrations or Temperatures, and the Lake Capability*. Report, 2(4231). <https://doi.org/10.3133/tm6A52>
- Rozell, D.J., Wong, T. (2010). Effects of climate change on groundwater resources at Shelter Island, New York State, USA. *Hydrogeol*, 18, 1657–1665. <https://doi.org/10.1007/s10040-010-0615-z>.
- Rastogi, A. K. Choi, G. W. & Ukarande, S. K. (2004). Diffused interface model to prevent ingress of seawater in multi-layer coastal aquifers. *Journal of Special Hydrology*, 1–31.
- Werner, A.D. (2017). On the classification of seawater intrusion. *Journal of Hydrology*, 551, 619–631. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.12.012>
- Sun, Q.G., Zheng, T.Y., Zheng, X.L., Chang, Q.P. & Walther, M. (2019). Influence of a subsurface cut-off wall on nitrate contamination in an un confined aquifer. *Journal of Hydrology*. 575, 234–243. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.05.030>